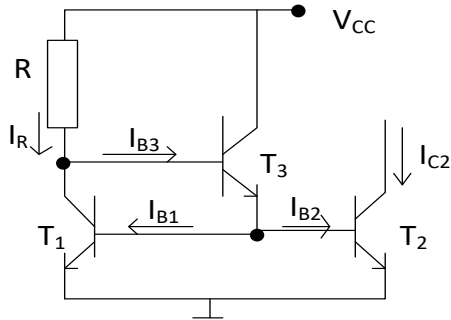


STRUJNI IZVORI

1. Za strujni izvor sa slike odrediti odnos struja I_{C2} i I_R ako su svi tranzistori identičnih karakteristika i ako je poznato pojačanje β .



Rješenje:

$$I_{C1} = I_{S1} e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} \quad I_{C2} = I_{S2} e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \quad I_{C3} = I_{S3} e^{\frac{V_{BE3}}{V_T}}$$

Kada su svi tranzistori identičnih karakteristika $I_{S1} = I_{S2} = I_{S3} = I_S$ i $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta$ pa slijedi:

$$I_{C1} = I_S e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} \quad \text{i} \quad I_{C2} = I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}$$

Sa slike vidimo da je $V_{BE1} = V_{BE2} \rightarrow I_{C1} = I_{C2}$, a kako je $\frac{I_{C1} = \beta I_{B1}}{I_{C2} = \beta I_{B2}} \rightarrow I_{B1} = I_{B2} = I_B$

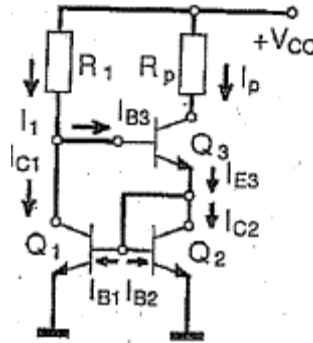
Dalje sa slike vidimo da je $I_{E3} = I_{B2} + I_{B1} = 2I_B$, a važi i da je $I_{E3} = (1 + \beta)I_{B3}$ pa

$$\text{izjednačavajući ove izraze} \rightarrow I_{B3} = \frac{2I_B}{(1 + \beta)}$$

Dalje sa slike vidimo da je $I_R = I_{C1} + I_{B3} = \beta I_B + \frac{2I_B}{(1 + \beta)} = I_B \left(\beta + \frac{2}{(1 + \beta)} \right) \rightarrow$

$$\frac{I_{C2}}{I_R} = \frac{\beta I_B}{I_B \left(\beta + \frac{2}{(1 + \beta)} \right)} = \frac{\beta}{\left(\beta + \frac{2}{(1 + \beta)} \right)} = \frac{\beta(1 + \beta)}{(\beta(1 + \beta) + 2)} = \frac{1}{1 + \frac{2}{\beta^2 + \beta}}$$

2. Za kolo sa slike odrediti struju potrošača I_P ako su poznati R_1 , V_{CC} i β , a svi tranzistori su identičnih karakteristika.



Rješenje:

Sa slike vidimo da je: $I_1 = I_{C1} + I_{B3}$ (1)

$$I_{B3} = \frac{I_{C3}}{\beta} = \frac{I_P}{\beta} \quad (2)$$

$$I_{E3} = I_{C2} + I_{B1} + I_{B2} \quad (3)$$

Dalje, sa slike vidimo da je $V_{BE1} = V_{BE2} = V_{BE}$, a tranzistori su identičnih karakteristika $\rightarrow I_{C1} = I_{C2}$,

$$I_{C2} = I_{C1} = \beta I_{B1} = \beta I_{B2} \quad (4)$$

Uvrštavajući (4) u (3) dobijamo:

$$I_{E3} = I_{C1} + \frac{1}{\beta} I_{C1} + \frac{1}{\beta} I_{C1} = \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) I_{C1} \quad (5)$$

Takođe važi i da je $I_{E3} = I_{B3} + I_P$ (6)

Uvrštavajući (2) u (6) dobijamo:

$$I_{E3} = \frac{1}{\beta} I_P + I_P = \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) I_P \quad (7)$$

Izjednačavajući izraze (7) i (5) dobijamo:

$$\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) I_{C1} = \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) I_P \Rightarrow I_{C1} = \frac{1 + \beta}{2 + \beta} I_P \quad (8)$$

Uvrštavajući (8) i (2) u (1) dobijamo:

$$I_1 = I_{C1} + I_{B3} = \frac{1+\beta}{2+\beta} I_p + \frac{I_p}{\beta} = \frac{\beta(1+\beta) + (2+\beta)}{\beta(2+\beta)} I_p = \frac{\beta + \beta^2 + 2 + \beta}{\beta(2+\beta)} I_p = \frac{\beta(2+\beta) + 2}{\beta(2+\beta)} I_p \quad (9)$$

Pa slijedi iz (9) da je:

$$I_p = \frac{1}{\frac{\beta^2 + 2\beta + 2}{\beta(2+\beta)}} I_1 = \frac{1}{1 + \frac{2}{\beta^2 + 2\beta}} I_1 \quad (10)$$

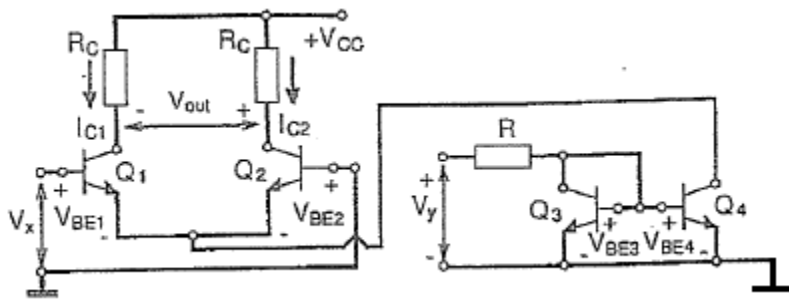
Sa slike vidimo da je $I_1 = \frac{V_{CC} - V_{BE3} - V_{BE2}}{R_1}$, a ako uzmemo da je $V_{BE2} = V_{BE3}$ tj. $V_{BE2} = V_{BE3} = V_{BE} \rightarrow$

$$I_1 \approx \frac{V_{CC} - 2V_{BE}}{R_1} \quad (11)$$

Uvrštavajući (11) u (10) dobijamo:

$$I_p \approx \frac{1}{1 + \frac{2}{\beta^2 + 2\beta}} \cdot \frac{V_{CC} - 2V_{BE}}{R_1}$$

3. Pod kojim uslovima je izlazni napon V_{out} približno srazmjeran proizvodu napona V_x i V_y . Poznato je su tranzistori identičnih karakteristika, da je pojačanje svih tranzistora β i da je $V_x \ll V_T$.



Rješenje:

Sa slike se vidi da je:

$$V_{out} = V_{CC} - R_C I_{C2} - (V_{CC} - R_C I_{C1}) = R_C (I_{C1} - I_{C2}) \quad (1)$$

Kako su $I_{C1} = I_{S1} e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}}$ i $I_{C2} = I_{S2} e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}$, a tranzistori su identičnih karakteristika $I_{S1} = I_{S2} = I_{S3} = I_{S4} = I_S$ izraz (1) postaje:

$$V_{out} = R_C (I_S e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} - I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}) = R_C I_S (e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} - e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}) = R_C I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} (e^{\frac{V_{BE1} - V_{BE2}}{V_T}} - 1)$$

Sa slike sa dalje vidi da je $V_X - V_{BE1} + V_{BE2} = 0$ tj. $V_X = V_{BE1} - V_{BE2}$ (2)

Uvrštavajući (2) u (1) dobijamo:

$$V_{out} = R_C I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} (e^{\frac{V_X}{V_T}} - 1) \quad (3)$$

Razvijanjem u red dobijamo: $e^{\frac{V_X}{V_T}} = 1 + \frac{V_X}{V_T} + \frac{V_X^2}{2!V_T^2} + \frac{V_X^3}{3!V_T^3} + \dots$, a obzirom da je zadatkom dato da je

$$V_x \ll V_T \text{ slijedi da je } e^{\frac{V_X}{V_T}} \approx 1 + \frac{V_X}{V_T} \quad (4)$$

Uvrštavanjem (4) u (3) dobijamo:

$$V_{out} = R_C I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \left(1 + \frac{V_X}{V_T} - 1\right) = R_C I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \frac{V_X}{V_T} \quad (5)$$

Dalje sa slike imamo da je

$$\begin{aligned} I_{C4} = I_{E1} + I_{E2} &= \frac{\beta+1}{\beta} I_{C1} + \frac{\beta+1}{\beta} I_{C2} = \frac{\beta+1}{\beta} I_S e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + \frac{\beta+1}{\beta} I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} = \frac{\beta+1}{\beta} I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \left(e^{\frac{V_{BE1}-V_{BE2}}{V_T}} + 1\right) \\ &= \frac{\beta+1}{\beta} I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \left(e^{\frac{V_x}{V_T}} + 1\right) \end{aligned} \quad (6)$$

Uvrštavanjem (4) u (6) dobijamo:

$$I_{C4} = \frac{\beta+1}{\beta} I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \left(1 + \frac{V_x}{V_T} + 1\right) = \frac{\beta+1}{\beta} I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \left(2 + \frac{V_x}{V_T}\right) \rightarrow I_S = \frac{I_{C4}}{\frac{\beta+1}{\beta} e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \left(2 + \frac{V_x}{V_T}\right)} \quad (7)$$

Uvrštavanjem (7) u (5) dobijamo:

$$V_{out} = R_C \frac{I_{C4}}{\frac{\beta+1}{\beta} e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \left(2 + \frac{V_x}{V_T}\right)} e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \frac{V_X}{V_T} \rightarrow I_{C4} = \frac{V_{out} \frac{\beta+1}{\beta} \left(2 + \frac{V_x}{V_T}\right)}{\frac{V_X}{V_T} R_C} \quad (8) \text{ a kako je } V_x \ll V_T \text{ izraz (8)}$$

postaje:

$$I_{C4} = \frac{V_{out} (\beta+1) 2V_T}{V_X \beta R_C} \quad (9)$$

Sa slike vidimo da tranzistori Q_3 i Q_4 obrazuju strujno tao da je da je $V_{BE3} = V_{BE4} \rightarrow I_{C4} = I_{C3}$, a obzirom da su pojačanja svih tranzistora β slijedi da je i $I_{B3} = I_{B4}$.

Sa slike vidimo da je $I = \frac{V_y - V_{CE3}}{R}$

Obzirom da je $V_{BC3}=0$ (kratak spoj) slijedi da je $V_{BE3}=V_{CE3}$ pa prethodni izraz postaje $I = \frac{V_y - V_{BE3}}{R}$ (10)

S druge strane imamo da je $I = I_{C3} + I_{B3} + I_{B4} = I_{C3} + \frac{I_{C3}}{\beta} + \frac{I_{C4}}{\beta} = I_{C4} + \frac{I_{C4}}{\beta} + \frac{I_{C4}}{\beta} = I_{C4}(1 + \frac{2}{\beta})$. (11)

Izjednačavanjem izraza (11) i (10) dobijamo da je:

$$\frac{V_y - V_{BE3}}{R} = I_{C4}(1 + \frac{2}{\beta}) \rightarrow I_{C4} = \frac{\frac{V_y - V_{BE3}}{R}}{1 + \frac{2}{\beta}} = \frac{\beta \frac{V_y - V_{BE3}}{R}}{2 + \beta} \quad (12)$$

Izjednačavanje sada izraza (12) i (9) dobijamo da je:

$$\frac{\beta \frac{V_y - V_{BE3}}{R}}{2 + \beta} = \frac{V_{out}(\beta + 1)2V_T}{V_X \beta R_C} \rightarrow V_{out} = \frac{\beta(V_y - V_{BE3})V_X \beta R_C}{(2 + \beta)(\beta + 1)2V_T R} = \frac{\beta^2(V_y - V_{BE3})V_X R_C}{(2 + \beta)(\beta + 1)2V_T R} \quad (13)$$

Sad treba utvrditi pod kojim uslovima će V_{out} približno biti srazmjernan proizvodu napona V_x i V_y

Ako je $V_{BE3} \ll V_y$ i ako je $\beta \gg 1$ tada je $V_y - V_{BE3} \approx V_y$ i $2 + \beta \approx \beta$ i $1 + \beta \approx \beta$

pa izraz (13) postaje: $V_{out} = \frac{\beta^2 V_y V_X R_C}{\beta \beta 2V_T R} = \frac{V_y V_X R_C}{2V_T R}$ čime se postiže da je V_{out} srazmjernan proizvodu napona V_x i V_y .